Prof. Dr. Alfred Toth

Die Bildung von Zeichenklassen über variablen Domänen und Codomänen

1. In Toth (2009a) hatten wir gezeigt, dass man bei variablen Domänen und Codomänen von Objekten semiotischer Kategorien 8 semiotische 1-Morphismen bekommt:

1. $(A \rightarrow B)$	5. $(A \rightleftarrows B)$
2. $(A \leftarrow B)$	6. $(A \leftrightarrows B)$
3. $(B \rightarrow A)$	7. $(B \rightleftarrows A)$
4. $(B \leftarrow A)$	8. $(B \leftrightarrows A)$

2. Da in der Semiotik die beiden folgenden Morphismen als grundlegend eingeführt sind (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$\alpha \equiv (1 \rightarrow 2)$
$\beta \equiv (2 \rightarrow 3)$

und die Inversen

$\alpha° = (2 \rightarrow 1)$
$\beta° = (3 \rightarrow 2)$,

die Komponierte sowie die Inverse der Komponierten

$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3)$
$\alpha°\beta° = (3 \rightarrow 1)$

standardmässig definiert sind, benötigen wir bei variablen Domänen/Codomänen lediglich als weitere Zeichen einer nach rechts oder nach links weisenden Pfeil. Wenn in der obigen Tabelle der 8 möglichen 1-Morphismen A = 1 und B = 2 setzen, haben wir

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$
7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$

Wenn wir A = 1 und B = 3 setzen, bekommen wir

1. $(1 \rightarrow 3) \equiv \beta\alpha^{\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 3) \equiv \beta\alpha^{\leftarrow}$
3. $(3 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow}$
4. $(3 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftarrows 3) \equiv \beta\alpha^{\rightarrow}\beta\alpha^{\leftarrow}$
6. $(1 \leftrightarrows 3) \equiv \beta\alpha^{\leftarrow}\beta\alpha^{\rightarrow}$
7. $(3 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow}$
8. $(3 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow}$

Was wir jetzt noch benötigen, um alle kartesischen Produkte der kleinen semiotischen Matrix durch semiotische Objekte und ihre 1-Morphismen erschöpfend darzustellen, ist A = 2 und B = 3

1. $(2 \rightarrow 3) \equiv \beta^{\rightarrow}$
2. $(2 \leftarrow 3) \equiv \beta^{\leftarrow}$
3. $(3 \rightarrow 2) \equiv \beta^{\circ\rightarrow}$
4. $(3 \leftarrow 2) \equiv \beta^{\circ\leftarrow}$
5. $(2 \rightleftarrows 3) \equiv \beta^{\rightarrow}\beta^{\leftarrow}$
6. $(2 \leftrightarrows 3) \equiv \beta^{\leftarrow}\beta^{\rightarrow}$
7. $(3 \rightleftarrows 2) \equiv \beta^{\circ\rightarrow}\beta^{\circ\leftarrow}$
8. $(3 \leftrightarrows 2) \equiv \beta^{\circ\leftarrow}\beta^{\circ\rightarrow}$

3. Zeichenklassen können wir nun ohne Gefahr von Paradoxien (vgl. Toth 2009b), die durch v.a. durch Nichtunterscheidung der Subzeichen als statische Entitäten einerseits und als dynamische Semiosen anderseits entstehen, wie folgt konstruiert werden: Man nehme eine Zeichenklasse und substituiere ihre drei Subzeichen durch die entsprechenden Morphismen. Wie man sieht, hat man dafür für jedes Subzeichen die Wahl zwischen 4 Möglichkeiten, z.B.

$(2.3) = \{((2 \rightarrow 3) \equiv \beta^{\rightarrow}), ((2 \leftarrow 3) \equiv \beta^{\leftarrow}), ((2 \rightleftarrows 3) \equiv \beta^{\rightarrow}\beta^{\leftarrow}), ((2 \leftrightarrows 3) \equiv \beta^{\leftarrow}\beta^{\rightarrow})$.

Da diese Wahl für jedes Subzeichen gilt, kann man also fortan eine einzige Zeichenklasse auf $4^3 = 64$ Arten darstellen. Das ergibt ein Total von 640 Zeichenklassen und 640 Realitätsthematiken, also zusammen 1280 Dualsystemen, und das nur schon, wenn man sich, wie hier praktiziert, auf semiotische 1-Kategorien beschränkt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
Toth, Alfred, Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)
Toth, Alfred, n-Kategorien über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

25.9.2009